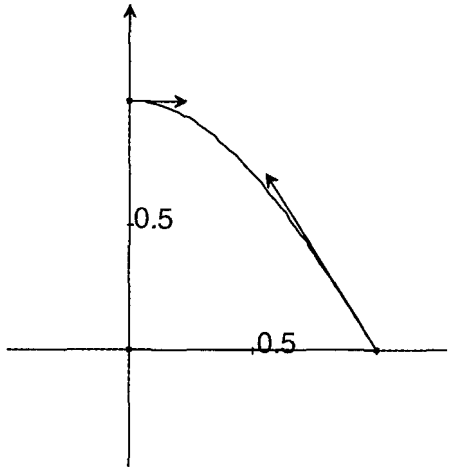
$f'_d(0) = 0$; $f'_g(1) = -\frac{\pi}{2}$



2) * f est continue et strictement décroissante sur [0 , 1] ,

elle réalise donc une bijection de [0 , 1] sur f([0 , 1]) = [f(1) , f(0)] = [0 , 1] = I

3) f est dérivable sur]0 , 1] et $f'(x) = -\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \neq 0$

D'où : f^{-1} est dérivable sur f(]0,1])= [0 , 1[

* $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} = \frac{1}{f'(y)}$, avec $y = f^{-1}(x)$ d'où : $(f^{-1})'(x) = \frac{-2}{\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right)}$

On a : $y = f^{-1}(x) \implies f(y) = x \implies \cos\left(\frac{\pi}{2}y\right) = x \implies \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right) = \sqrt{1-x^2}$

Car : $\frac{\pi}{2}y \in]0, \frac{\pi}{2}]$

D'où : $(f^{-1})'(x) = \frac{-2}{\pi\sqrt{1-x^2}}$

EXERCICE№16

$f(x) = \frac{1}{1-\cos(\pi x)}$; $\forall x \in]0 , 1]$

1) f est dérivable sur]0 , 1] et $f'(x) = \frac{-\pi \sin(\pi x)}{(1-\cos(\pi x))^2}$,

$\forall x \in]0 , 1] \implies (\pi x) \in]0 , \pi] \implies \sin(\pi x) \geq 0$ d'où : $f'(x) \leq 0$

x	0		1
$f'(x)$		-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{1-\cos(\pi x)} = +\infty$ car : $1 - \cos(\pi x) > 0$

Qarray.tn - Agra Blech- Qarray.tn